УДК 517.9

На правах рукописи

Загребина Софья Александровна

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ ВЕРИГИНА ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА

01.01.02. – дифференциальные уравнения

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

ЕКАТЕРИНБУРГ – 2000

Работа выполнена в Челябинском государственном университете на кафедре математического анализа.

Научный руководитель	доктор физико-математических наук, профессор Г.А.Свиридюк
Официальные оппоненты	доктор физико-математических наук, профессор С.Т. Завалищин
	кандидат физико математических наук, доцент Т.Г. Сукачева
Ведущая организация	Воронежский государственный университет

Защита состоится "27" декабря 2000 года в 15 ч. 00 мин. на заседании Диссертационного совета К 063.78.03 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук в Уральском государственном университете имени А.М.Горького по адресу:

620083, Екатеринбург, просп. Ленина, 51, комн.248.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Уральского государственного университета.

Автореферат разослан "24" ноября 2000 г.

Ученый секретарь Диссертационного совета
кандидат физико-математических
наук, доцент В.Г. Пименов

Цель работы. Пусть $\mathfrak{U}$ и $\mathfrak{F}$ — банаховы пространства, а операторы $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$ и $M \in \mathcal{C}l(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$. Введем в рассмотрение *L-резольвентное множество*

$$\rho^L(M) = \{\mu \in \mathbb{C} : (\mu L - M)^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{F};\mathfrak{U})\}$$

и *L-спектр* $\sigma^L(M) = \mathbb{C} \setminus \rho^L(M)$ оператора M. Если $\mathfrak{U} \equiv \mathfrak{F}$, а оператор $L \equiv \mathbb{I}$, то L-резольвентное множество $\rho^L(M)$ и L-спектр $\sigma^L(M)$ станут просто резольвентным множеством и спектром оператора M. Не удивительно поэтому, что множество $\rho^L(M)$ и $\rho(M)$ ($\sigma^L(M)$ и $\sigma(M)$) обладают рядом похожих свойств. В частности, L-резольвентное множество $\rho^L(M)$ всегда открыто, а L-спектр $\sigma^L(M)$ всегда замкнут.

Пусть $\sigma^L(M) \neq \emptyset$, положим $\sigma^L_+(M) = \{\mu \in \sigma^L(M) : \operatorname{Re}\mu > 0\}$, $\sigma^L_-(M) = \{\mu \in \sigma^L(M) : \operatorname{Re}\mu < 0\}$.

Пусть выполнено условие

$$\sigma^L_{+(-)}(M) \neq \emptyset, \quad \sigma^L_-(M) \cup \sigma^L_+(M) = \sigma^L(M).$$

Тогда при некоторых дополнительных условиях существуют проекторы $P_{+(-)} \in \mathcal{L}(\mathfrak{U})$ на соответствующие подпространства $\mathfrak{U}_{+(-)}$ (при этом не обязательно, что $P_- + P_+ = \mathbb{I}$ и $\mathfrak{U}_- \oplus \mathfrak{U}_+ = \mathfrak{U}$). Пусть $T \in \mathbb{R}$ – произвольное число. Диссертация посвящена исследованию однозначной разрешимости *задачи Веригина*

$$P_-u(0) = u_0, \quad P_+u(T) = u_T. \tag{1}$$

для линейного операторного уравнения *соболевского типа*

$$L\dot{u} = Mu + f \tag{2}$$

в случаях (L,σ)-ограниченного, (L,p)-секториального и (L,p)-радиального оператора M.

Актуальность темы. Если положить $T = 0$, то задача (1) превратится в прямое обобщение задачи Коши

$$u(0) = u_0. \tag{3}$$

К задаче (3) для уравнения (2) редуцируются начально-краевые задачи для неклассических уравнений в частных производных.

Первым начально-краевые задачи для уравнений в частных производных, неразрешенные относительно старшей производной по времени, начал изучать С.Л. Соболев. В работе им было получено уравнение, моделирующее колебания гравитирующей жидкости, и изучена задача Коши для него. Эта работа легла в основу нового направления, которое первоначально развили ученики С.Л. Соболева Р.А. Александрян и С.А. Гальперн. Их исследования охватывали линейные дифференциальные уравнения вида

$$L\dot{u} = Mu\,, \tag{4}$$

где L и M — дифференциальные операторы "по пространственным переменным".

Первым, кто начал изучать задачу (3) для абстрактного линейного операторного уравнения (4), были М.И. Вишик и независимо от него С.Г. Крейн и его ученики. В их работах был детально изучен случай (L, σ)-ограниченного оператора M (в нашей терминологии) при условии фредгольмовости оператора L (т.е. $\operatorname{ind} L = 0$).

Показано, что фазовым пространством уравнения (4) служит некоторое подпространство в $\mathfrak{U}$ коразмерности равной размерности M-корневого пространства оператора L. Все работы имеют сугубо теоретический характер и не содержат никаких приложений.

Первым абстрактные уравнения вида (2) в их связи с уравнениями в частных производных начал изучать R.E. Showalter. Он рассмотрел случай самосопряженного эллиптического оператора L, вырождающегося на некотором множестве ненулевой меры. R.E. Showalter и независимо от него Н.А. Сидоров со своими учениками первыми начали изучать линейные уравнения вида (2) с различными вырождениями оператора L и получать приложения абстрактных результатов к конкретным начально-краевым задачам для уравнений в частных производных.

Задача Веригина в первоначальной постановке выглядит следующим образом. Предположим, что $\mathfrak{U} \equiv \mathfrak{F}$ – гильбертово пространство, L – ограниченный самосопряженный оператор в $\mathfrak{U}$. Пусть $\mathfrak{U}_0 = \ker L$ и $\mathfrak{U}_{+(-)}$ – инвариантное пространство, отвечающее положительной (отрицательной) части спектра оператора L. Пусть P_- (P_+) – соответствующие спектральные проекторы. Требуется для некоторого $T \in \mathbb{R}_+$ найти вектор-функцию $u : [0,T] \to \mathfrak{U}$, удовлетворяющую уравнению (2) и условиям (1), но в данном случае проекторы P_- (P_+) имеют иной смысл, чем у нас.

Все результаты по уравнениям соболевского типа можно весьма условно поделить на две части. К первой по традиции следует отнести работы, в которых объектом исследования являются уравнения и системы уравнений в частных производных, которые изучаются посредством коэрцитивных оценок. Основной результат о разрешимости начально-краевых задач для таких уравнений и систем получается как следствие из какой-либо глубокой топологической теоремы типа теоремы о неподвижной точке. К этому разделу можно отнести результаты В.Н. Врагова и его учеников А.И. Кожанова, С.Г. Пяткова и других; А.П. Осколкова и его учеников; Г.В. Демиденко и многих других.

Ко второй части относятся работы, в которых объектом исследования выступают абстрактные операторные уравнения вида (2), а конкретные начально-краевые задачи для дифференциальных уравнений вида (3), (4) служат иллюстративными примерами общих абстрактных результатов. В настоящее время в этой области активно и плодотворно работают И.В. Мельникова и ее ученики, Н.А. Сидоров и его ученики, R.E. Showalter, A. Favini, A. Yagi и многие другие.

К этому же разделу следует отнести работы Г.А. Свиридюка и его учеников. В них тоже изучается однозначная разрешимость задачи Коши (3) для абстрактного операторного уравнения (2). Основной особенностью этих результатов, решительно отличающей от всех цитированных выше работ, является выделение и изучение фазового пространства уравнения (2).

К настоящему времени задача Веригина для уравнений соболевского типа изучена мало. Из результатов, обнаруженных в математической литературе, необходимо прежде всего отметить результаты С.Г. Суворова, где рассматривается вариационная постановка двухфазной задачи фильтрации с условиями Веригина на поверхности раздела. Оказывается, что в регулярном случае данный подход приводит "почти к решению" исходной задачи. Исследована также обобщенная разрешимость параболической задачи в нецилиндрических областях. Обсуждается возможность численной реализации вариационного метода. Кроме того, необходимо отметить работы А.А. Панкова и Т.Е. Панковой, в которых мы находим развитие результатов Н.Н. Веригина и С.Г. Суворова.

Методы исследования. Для решения указанных выше задач используются методы функционального анализа и теории относительно σ-ограниченных, относительно p-секториальных и относительно p-радиальных операторов и порождаемыми ими аналитическими и сильно непрерывными вырожденными группами и полугруппами операторов.

При изучении начально-краевых задач для уравнений в частных производных мы используем стандартную технику, созданную на стыке функционального анализа и теории уравнений в частных поизводных.

Новизна полученных результатов. Основным результатом диссертации являются достаточные условия существования единственного решения задачи (1) для уравнения (2) в случаях (L, σ)-ограниченности, (L, p)-секториальности и

(L, p)-радиальности оператора M. Отметим особо тот факт, что данная постановка задачи (1) до сих пор не встречалась.

Полученные результаты реализованы в конкретных начально-краевых задачах для неклассических уравнений в частных производных. Все эти уравнения изучались и ранее, но начально-краевые задачи для них были другими. Полученные нами результаты носят окончательный характер и повышают эвристическую ценность моделей.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты работы имеют теоретический характер. Найдены достаточные условия разрешимости задачи Веригина для линейных уравнений соболевского типа. Тем самым создана основа для изучения задачи Веригина для полулинейных уравнений. Полученные абстрактные результаты приложены к изучению начально-краевых задач для уравнения Баренблатта-Желтова-Кочиной, линейного уравнения Осколкова, линейного уравнения термоконвекции вязкоупругой несжимаемой жидкости.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на конференции "Дифференциальные и интегральные уравнения" (Одесса, 2000), на Четвертом сибирском конгрессе по прикладной и индустриальной математике, ИНПРИМ-2000 (Новосибирск, 2000), на международной конференции "Дифференциальные и интегральные уравнения" (Челябинск, 1999), на международной школе-семинаре по геометрии и анализу (Ростов-на-Дону, 2000), на семинаре кафедры математического анализа ЧГПУ и на семинаре проф. Г.А. Свиридюка.

Публикации. По теме диссертации опубликованно 6 работ, список которых приводится в конце автореферата. Результаты, вошедшие в диссертацию, получены автором.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы. Объем диссертации составляет 104 страницы. Библиография содержит 127 наименований работ российских и зарубежных авторов.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, определяется цель работы, дается обзор литературы по исследуемой проблематике, кратко излагаются основные результаты диссертации. В заключение введения автор выражает признательность своему научному руководителю проф. Г.А. Свиридюку, заведующему кафедрой математического анализа ЧГПУ А.С. Макарову, коллективам кафедр математического анализа ЧелГУ и ЧГПУ, а так же родителям автора Александру Николаевичу и Вере Васильевне.

В **первой главе** изучена задача Веригина для уравнений с относительно σ-ограниченными операторами. Пусть $\mathfrak{U}$ и $\mathfrak{F}$ — банаховы пространства, операторы $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$ и $M \in \mathcal{C}l(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$.

В **п.1.1** вводятся и изучаются относительно σ-ограниченные операторы.

В **п.1.2** рассмотрены вырожденные разрешающие аналитические группы операторов.

В **п.1.3** изучается задача Веригина. Рассмотрим линейное неоднородное уравнение

$$L\dot{u} = Mu + f. \tag{5}$$

Обозначим $\sigma^L_{+(-)}(M) = \{\mu \in \sigma^L(M) : \operatorname{Re}\mu > 0\ (\operatorname{Re}\mu < 0)\}$. Пусть дополнительно выполнено условие

$$\sigma^L_{+(-)}(M) \neq \emptyset, \quad \sigma^L_{+}(M) \cup \sigma^L_{-}(M) = \sigma^L(M), \tag{6}$$

тогда существуют относительно спектральные проекторы P_+ и P_-, определенные в п.1.2. Для уравнения (5) поставим задачу Веригина

$$P_-u(0) = u_0, \quad P_+u(T) = u_T, \tag{7}$$

где число $T \in \mathbb{R}$. Решение уравнения (5) назовем *решением задачи (5), (7),* если оно удовлетворяет (7) при некоторых $u_0, u_T \in \mathfrak{U}$.

Теорема 1 *Пусть оператор M (L,σ)-ограничен, причем ∞ – несущественная особая точка L-резольвенты оператора M. Пусть выполняется условие (6). Тогда при любых $T \in \mathbb{R}_+$, $f^0 \in C^{p+1}([0,T];\mathfrak{F}^0)$, $f^{1+(-)} \in C([0,T];\mathfrak{F}^{1+(-)})$, $u_0 \in \mathfrak{U}^{1-}$, $u_T \in \mathfrak{U}^{1+}$ существует единственное решение задачи (5), (7), которое к тому же имеет вид*

$$u(t) = -\sum_{k=0}^{p} H^k M_0^{-1} \frac{d^k}{dt^k} f^0(t) + U_{1-}^t u_0 + U_{1+}^{t-T} u_T +$$

$$\int_0^t U_{1-}^{t-s} L_{1-}^{-1} f^{1-}(s)ds - \int_t^T U_{1+}^{t+s} L_{1+}^{-1} f^{1+}(s)ds.$$

В **п.1.4** рассматриваются условия относительной σ-ограниченности операторов.

В **п.1.5** дана стандартная сводка результатов из теории функциональных пространств и дифференциальных операторов.

В **п.1.6** рассматривается задача Дирихле-Веригина для уравнения Баренблатта – Желтова – Кочиной.

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ – ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞. Будем искать функцию $u = u(x,t)$, удовлетворяющую в цилиндре $\Omega \times \mathbb{R}$ уравнению

$$(\lambda - \Delta)u_t = \alpha\Delta u + f \tag{8}$$

и условиям Дирихле

$$u(x,t) = 0, \ (x,t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}. \tag{9}$$

В **п.1.7** рассматривается задача уравнения Дирихле-Веригина для линейного уравнения Осколкова. Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ – ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞. В цилиндре $\Omega \times \mathbb{R}$

рассмотрим задачу Дирихле

$$\psi(x,y,t) = \Delta\psi(x,y,t) = 0\,,\ (x,y,t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}, \tag{10}$$

для уравнения

$$(1-æ\Delta)\Delta\frac{\partial\psi}{\partial t} = \nu\Delta^2\psi - \frac{\partial(\varphi,\Delta\psi)}{\partial(x,y)} - \frac{\partial(\psi,\Delta\varphi)}{\partial(x,y)}\,. \tag{11}$$

где $\varphi = \varphi(x,y)$ – стационарное решение уравнения Осколкова (11).

Во **второй главе** рассматривается задача Веригина для уравнения с относительно p-секториальными операторам.

Пусть $\mathfrak{U}$ и $\mathfrak{F}$ – банаховы пространства, оператор $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$, а оператор $M \in Cl(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$.

В **п.2.1** рассматриваются относительно p-секториальные операторы.

В **п.2.2** рассматриваются вырожденные разрешающие аналитические полугруппы операторов.

В **п.2.3** изучаются единицы полугрупп. Единицами полугрупп $\{U^t : t > 0\}$, $\{F^t : t > 0\}$ называются операторы

$$P = s\text{-}\lim_{t\to 0+} U^t \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}), \quad Q = s\text{-}\lim_{t\to 0+} F^t \in \mathcal{L}(\mathfrak{F})$$

соответственно, если они существуют. Как нетрудно видеть, единицы полугрупп являются проекторами.

В **п.2.4** указаны условия, достаточные для существования обратного оператора.

В **п.2.5** дана стандартная сводка результатов по теории интерполяционных пространств.

В **п.2.6** рассматривается задача Веригина для уравнений с относительно p-секториальными операторами. Пусть выполнено условие (6), т.е.

$$\sigma^L_{+(-)}(M) \neq \emptyset, \quad \sigma^L_-(M) \cup \sigma^L_+(M) = \sigma^L(M). \tag{12}$$

Пусть $T \in \mathbb{R}_+$, на отрезке $[0, T]$ поставим задачу Веригина

$$P_- u(0) = u_0, \quad P_+ u(T) = u_T. \tag{13}$$

для линейного операторного уравнения соболевского типа

$$L\dot{u} = Mu + f. \tag{14}$$

где вектор-функция $f : [0, T] \to \mathfrak{F}$ будет определена ниже. Вектор-функция $u \in C^1((0, T); \mathfrak{U}) \cap C([0, T]; \mathfrak{U})$ называется *решением задачи (13), (14)*, если оно удовлетворяет уравнению (14) и условиям (13).

Пусть

$$u^0(t) = -\sum_{q=0}^{p} H^q M_0^{-1} \frac{d^q}{dt^q} f^0(t), \tag{15}$$

$$u^{1+}(t) = U_+^{T-t} u_T - \int_t^T R_+^{T-s} f^{1+}(s) ds. \tag{16}$$

$$u^{1-}(0) = U_-^t u_0 - \int_0^t R_-^{t-s} f^{1-}(s) ds. \tag{17}$$

$$u(t) = u^0(t) + u^+(t) + u^-(t). \tag{18}$$

Теорема 2 *Пусть оператор M (L, p)-секториален, существуют расщепления $\mathfrak{U} = \mathfrak{U}^0 \oplus \mathfrak{U}^1$, $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^0 \oplus \mathfrak{F}^1$ и оператор $L_1^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{F}^1; \mathfrak{U}^1)$. Пусть выполнено условие (12). Тогда для любого $T \in \mathbb{R}_+$, любых $u_0 \in \mathfrak{U}^{1-}$, $u_T \in \mathfrak{U}^{1+}$ и любой вектор-функции $f : [0, T] \to \mathfrak{F}$ такой, что $f^0 \in C^{p+1}((0, T); \mathfrak{F}^0) \cap C^p([0, T]; \mathfrak{F}^0)$, $f^{1-} \in C([0, T]; \mathfrak{F}_\delta^{1-})$, $f^{1+} \in C([0, T]; \mathfrak{F}^{1+})$ существует единственное решение задачи (13), (14), которое к тому же имеет вид (18).*

В **п.2.7** рассматривается задача Дирихле-Веригина для уравнения свободной поверхности фильтрующейся жидкости. Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ – ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞. Мы будем искать функцию $u = u(x, t)$, удовлетворяющую в области $\Omega \times \mathbb{R}_+$ уравнению

$$(\lambda - \Delta)u_t = \alpha\Delta u - \beta\Delta^2 u + f\,, \tag{19}$$

и краевому

$$u(x,t) = \Delta u(x,t) = 0\,,\ (x,t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_+, \tag{20}$$

условию.

В **п.2.8** изучается задача Бенара-Веригина для линейной системы уравнений плоскопараллельной конвекции вязкоупругой несжимаемой жидкости. Пусть $\Omega = (0,l) \times (0,h) \subset \mathbb{R}^2$. В области $\Omega \times \mathbb{R}_+$ рассмотрим *задачу Бенара*

$$\begin{aligned} \psi(x,0,t) = \Delta\psi_0(x,0,t) = 0\,, \\ \psi(x,h,t) = \Delta\psi_0(x,h,t) = 0\,, \end{aligned} \tag{21}$$

$$\Theta(x,0,t) = \Theta(x,h,t) = 0\,, \tag{22}$$

$$\text{функции } \psi \text{ и } \Theta \text{ периодичны по } x \text{ с периодом } l\,, \tag{23}$$

для системы уравнений

$$\begin{aligned} (1-æ\Delta)\Delta\frac{\partial\psi}{\partial t} &= \nu\Delta^2\psi - \frac{\partial(\psi,\Delta\psi_s)}{\partial(x,y)} - \frac{\partial(\psi_s,\Delta\psi)}{\partial(x,y)} + g\alpha\frac{\partial\Theta}{\partial x}\,, \\ \frac{\partial\Theta}{\partial t} &= \sigma\Delta\Theta - \frac{\partial(\psi,\Theta_s)}{\partial(x,y)} - \frac{\partial(\psi_s,\Theta)}{\partial(x,y)} - \beta\frac{\partial\psi}{\partial x}\,, \end{aligned} \tag{24}$$

являющейся линеаризацией системы (14) на некотором ее стационарном решении (ψ_s, Θ_s), где $\psi_s = \psi_s(x,y)$, $\Theta_s = \Theta_s(x,y)$.

В **третьей главе** рассмотрены уравнения с относительно p-радиальными операторами. Пусть $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{F}$ – банаховы пространства, операторы $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$, $M \in Cl(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$.

В **п.3.1** вводятся относительно p-радиальные операторы и изучаются их свойства.

В **п.3.2** изучаются вырожденные разрешающие сильно непрерывные полугруппы операторов.

В **п.3.3** приводятся достаточные условия существование обратного оператора.

В **п.3.4** изучаются вырожденные сильно непрерывные группы операторов.

В **п.3.5** изучается задача Веригина для уравнения с относительно p-радиальными операторами.

Рассмотрим линейное уравнение соболевского типа

$$L\dot{u} = Mu + f. \tag{25}$$

Предположим, что выполнено условие

$$\sigma^L_{+(-)}(M) \neq \emptyset, \quad \sigma^L_{+}(M) \cup \sigma^L_{+}(M) = \sigma^L(M). \tag{26}$$

Лемма 1 *Пусть оператор M сильно (L,p)-радиален и выполнено условие (26). Тогда*

$$\mathfrak{U}^1 = \mathfrak{U}^{1-} \oplus \mathfrak{U}^{1+}, \quad \mathfrak{F}^1 = \mathfrak{F}^{1-} \oplus \mathfrak{F}^{1+}.$$

Теперь выберем $T \in \mathbb{R}_+$ и поставим задачу Веригина для уравнения (25)

$$P_-u(0) = u_0, \quad P_+u(T) = u_T. \tag{27}$$

Лемма 2 *Пусть оператор M сильно (L,p)-радиален и выполняется условие (26). Тогда*

(i) операторы $L_{1+(-)} : \mathfrak{U}^{1+(-)} \to \mathfrak{F}^{1+(-)}$, $M_{1+(-)} : \mathrm{dom}\, M \cap \mathfrak{U}^{1+(-)} \to \mathfrak{F}^{1+(-)}$;

(ii) существуют операторы $L^{-1}_{1+(-)} \in \mathcal{L}(\mathfrak{F}^{1+(-)}; \mathfrak{U}^{1+(-)})$.

Лемма 3 *Пусть оператор M сильно (L,p)-радиален и выполняется условие (26). Тогда*

(i) $\{U^t_{+(-)} : t \in \bar{\mathbb{R}}_+\}$ – разрешающая полугруппа уравнения (25), причем $\mathrm{im}\, U^t_{+(-)} = \mathfrak{U}^{1+(-)}$;

(ii) полугруппа $\{U_+^t : t \in \bar{\mathbb{R}}_+\}$ продолжима до группы на множестве $\mathbb{R}$.

Теорема 3 *Пусть оператор M сильно (L,p)-радиален и выполняется условие (26). Тогда для любых $T \in \mathbb{R}_+$, $u_0 \in \mathfrak{U}^{1-} \cap \operatorname{dom} M$, $u_T \in \mathfrak{U}^{1+} \cap \operatorname{dom} M$ и любой вектор-функции $f : [0,T] \to \mathfrak{F}$ такой, что $f^0 \in C^{p+1}((0,T);\mathfrak{F}^0) \cap C^p([0,T];\mathfrak{F}^0)$, $f^1 \in C([0,T];\operatorname{dom} M)$ существует единственное решение задачи (25), (27), которое к тому же имеет вид*

$$u(t) = -\sum_{q=0}^{p} H^q M_0^{-1} \frac{d^q}{dt^q} f^0(t) + U_-^t u_0 + \int_0^t U_-^{t-s} L_{1-}^{-1} f^{1-}(s)ds$$

$$+U_+^{t-T} u_T + \int_t^T U_+^{T-s} L_{1+}^{-1} f^{1+}(s)ds.$$

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Загребина С.А.* Исследование системы уравнений Осколкова // Рук. деп. ВИНИТИ, 1998, № 2442-В98 ДЕП.

2. *Загребина С.А.* Задача Веригина-Дирихле для уравнения Хоффа // Тез.докл. Четв. Сиб. конг. прикл. и индустр. матем., ИНПРИМ - 2000. Новосибирск, 2000. С.57–58.

3. *Загребина С.А.* Задача Веригина для одного класса линейных уравнений соболевского типа // Рук. деп. ВИНИТИ, 2000, № 3476-В00 ДЕП.

4. *Загребина С.А.* О задаче Веригина-Дирихле для линейных уравнений фильтрации // Межд. школа-семинар по геометрии и анализу. Ростов-на-Дону, 2000. С.227–228.

5. *Загребина С.А.* О задаче Веригина-Дирихле для уравнения Осколкова // Межд. конф. "Дифференц. и интегр. уравн.". Одесса, 2000. С.107.

6. *Свиридюк Г.А., Загребина С.А.* Об одной новой задаче для уравнений соболевского типа // Межд. конф. "Дифференц. и интегр. уравн.". Челябинск, 1999. С.101.

Подписано в печать 22.11.2000. Формат 60 × 84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,0.
Уч.-изд. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ 175. Бесплатно.

Челябинский государственный университет
454021 Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129.

Полиграфический участок Издательского центра
Челябинского государственного университета
454021 Челябинск, ул. Молодогвардейцев, 57б.